Valeurs d'adhérence

$\forall \varepsilon > 0 \; \forall N \in \mathbb{N} \; \exists n \geq N \; |u_n - a| \leq \varepsilon$

$\Updownarrow$

$\forall \varepsilon > 0 \; \{ n \in \mathbb{N}, |u_n - a| \leq \varepsilon \}$ est infini

$\Updownarrow$

$\exists \varphi \nearrow \mathbb{N} \; u_{\varphi(n)} \rightarrow a$

→ BW : (u_n) bornée $\Rightarrow$ (u_n) admet une VA

(preuve : $A = \{ n \in \mathbb{N}, \forall k \geq n, u_n \geq u_k \}$ fini / infini $\rightarrow \exists \varphi \; u_{\varphi(n)}$ monotone)

↳ sur $\mathbb{C}$: $z_n = x_n + i y_n \rightarrow x_{\varphi(n)}$ CV $\; y_{\varphi \circ \psi(n)}$ CV $\rightarrow z_{\varphi \circ \psi(n)}$ CV

→ Adh(u_n) est fermé

→ (Mini-Jupe) $x_{n+1} - x_n \rightarrow 0 \Rightarrow$ adh(x_n) est un segment

→ Suites de Cauchy : $\forall \varepsilon > 0 \; \exists N \in \mathbb{N} \; \forall p \in \mathbb{N} \; \forall n \geq N \; |u_{n+p} - u_n| < \varepsilon$

↳ (u_n) de Cauchy $\Leftrightarrow$ (u_n) converge (Cauchy $\Rightarrow$ borné $\Rightarrow$ BW $\Rightarrow$ CV)